

Cours : Mécanique des fluides

Objectifs :

- Expliquer qualitativement l'origine de la poussée d'Archimède.
- Utiliser l'expression vectorielle de la poussée d'Archimède.
- Mettre en œuvre un dispositif permettant de tester ou d'exploiter l'expression de la poussée d'Archimède.
- Exploiter la conservation du débit volumique pour déterminer la vitesse d'un fluide incompressible.
- Exploiter la relation de Bernoulli, celle-ci étant fournie, pour étudier qualitativement puis quantitativement l'écoulement d'un fluide incompressible en régime permanent.
- Mettre en œuvre un dispositif expérimental pour étudier l'écoulement permanent d'un fluide et pour tester la relation de Bernoulli.

1. La poussée d'Archimède

a. Origine

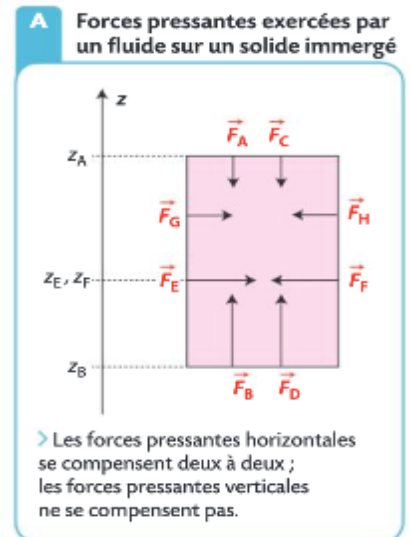
Un fluide au repos exerce sur chaque portion de la surface d'un corps qui y est immergé des forces pressantes.

Les forces des parties horizontales se compensent tandis que celle des parties verticales ne se compensent pas. Il y a alors une différence de pression dans les parties verticales du corps.

La poussée d'Archimède $\vec{F}_p$ est la somme des forces pressantes exercées par un fluide au repos sur la partie immergée d'un corps, solide ou liquide.

En appliquant la loi fondamentale de la statique des fluides à la partie inférieure et supérieure du corps immergé, $P_A - P_B = \rho g (z_B - z_A)$; $z_B < z_A$, alors, $P_B > P_A$

La différence de pression subit par les parties inférieures et supérieures d'un corps (solide ou liquide) immergé dans un fluide au repos est à l'origine de la poussée d'Archimède.



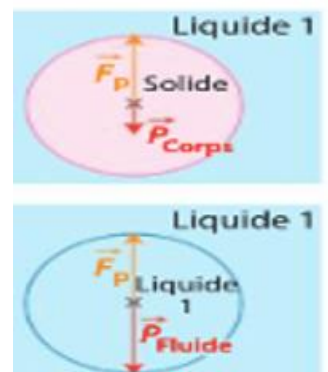
b. Expression

La poussée d'Archimède s'oppose au poids du corps $\vec{P}_{corps}$, dirigée vers le haut, elle est égale au poids du fluide déplacé P_{fluide} et s'applique au centre de masse de la partie immergée.

si le $P_{corps} > P_{fluide}$ ou P_F , Le corps coule

si le $P_{corps} < P_{fluide}$ ou P_F , Le corps flotte dans le fluide

Un corps immergé dans un fluide déplace une quantité en volume ou en poids) de fluide P_{fluide} en équilibre avec la poussée d'archimède : on peut écrire d'après le principe d'ertie ; $\vec{F}_p + \vec{P}_{fluide} = \vec{0}$, $P_{fluide} = F_p$; $m_{fluide} \times g = F_p$; $\rho_{fluide} \times V_{fluide} \times g = F_p$



22 Un ballon de baudruche est formé d'une enveloppe caoutchouteuse de très petite épaisseur, de masse $m = 5,0$ g et est rempli d'hélium gazeux. Son volume total est $V = 5,0$ L. Dans les conditions de l'expérience, la masse volumique de l'hélium est $\rho_{\text{He}} = 0,16 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$, celle de l'air dans lequel est plongé le ballon $\rho_{\text{air}} = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

- Quelle est la norme du poids de l'hélium ?
- Quelle est la norme du poids du ballon rempli d'hélium ?
- Quelle est la norme de la poussée d'Archimède qui s'exerce sur le ballon ?
- Si on lâche le ballon dans l'air, s'élève-t-il ou tombe-t-il ?

23 La pierre ponce est une roche volcanique poreuse dont la masse volumique moyenne peut être inférieure à celle de l'eau. Un cube de pierre ponce de côté $c = 3,1$ cm a pour masse $m = 27$ g.

- Calculer le volume V du cube et en déduire la masse volumique ρ_{pp} de la pierre ponce.
- On plonge entièrement le cube dans l'eau douce.
 - Déterminer le poids $\vec{P}$ et la poussée d'Archimède $\vec{A}$ subies par le cube.
 - On lâche le cube. Va-t-il remonter à la surface ou couler ?

La **poussée d'Archimède** $\vec{F}_p$, exercée par un fluide de masse volumique ρ_{fluide} , est une **force opposée au poids du fluide déplacé** :

$$\text{Valeur en N} \rightarrow \vec{F}_p = -\rho_{\text{fluide}} \times V_{\text{im}} \times \vec{g} \leftarrow \text{Valeur en N} \cdot \text{kg}^{-1}$$

ρ_{fluide} en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ V_{im} en m^3

$\vec{F}_p$ Direction : verticale.
Sens : vers le haut.
Valeur : $F_p = \rho_{\text{fluide}} \times V_{\text{im}} \times g$ avec V_{im} le volume immergé du corps et g l'intensité de la pesanteur du lieu.

2. Écoulement d'un fluide en régime permanent

a. Débit volumique

Un fluide qui s'écoule est caractérisé par : le type de régime (ici permanent), son débit volumique (D_v), son volume (V), la vitesse (v) de son écoulement, la section (S) du tube dans lequel il se déplace, la distance (l) qu'il parcourt.

Un fluide s'écoule en régime permanent indépendant du temps si la valeur v de sa vitesse en chaque position est indépendante du temps.

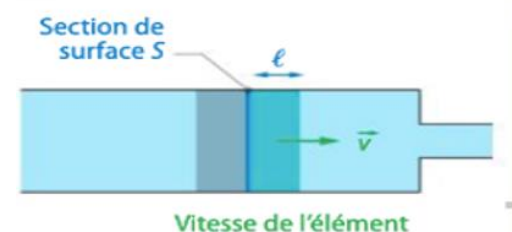
Au cours de cet écoulement en régime permanent, lorsqu'un volume V de fluide s'écoule au travers d'une section pendant une durée Δt , le débit volumique $D_v = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S \times l}{\Delta t} = S \times v$

$$D_v \text{ en } \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow D_v = \frac{V}{\Delta t} \left(\begin{array}{l} V \text{ en } \text{m}^3 \\ \Delta t \text{ en } \text{s} \end{array} \right)$$

Le débit volumique D_v est égal au **produit de la surface S** de la section du tube traversée par le fluide, **par la valeur v de la vitesse** du fluide au niveau de cette section :

$$D_v \text{ en } \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1} \rightarrow D_v = S \times v \left(\begin{array}{l} S \text{ en } \text{m}^2 \\ v \text{ en } \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \end{array} \right)$$

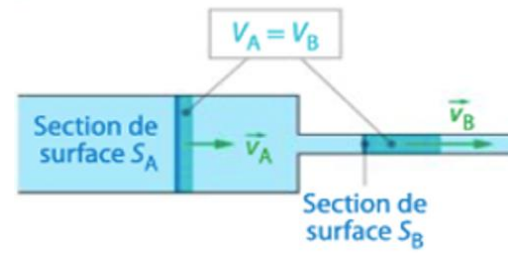
Déplacement d'un fluide dans un tube pendant la durée Δt



Exemple : Montrer que le débit volumique du sang $D_v = 8,3 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$. Sachant que toutes les minutes, le cœur humain pompe environ 5,0 L de sang.

b. Conservation du débit volumique

Lorsqu'un fluide se déplace dans une canalisation constituée de deux tubes de sections différentes, les volumes du fluide dans les deux sections sont identiques pendant le même intervalle de temps Δt . Mais la vitesse du fluide dans les deux tubes est différente : $v_A \neq v_B$



C'est-à-dire : $V_A = V_B$; $\frac{V_A}{\Delta t} = \frac{V_B}{\Delta t}$; $D_{VA} = D_{VB}$: Le débit volumique d'un fluide incompressible ne varie pas au cours de son écoulement ; il reste constant. Il se conserve.

$D_V = \text{constante}$

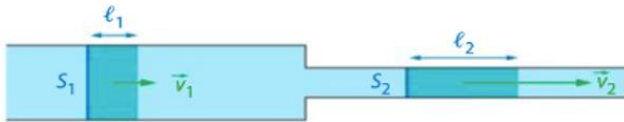
Exercice d'application



Traduire la conservation d'un débit volumique

Mobiliser et organiser ses connaissances.

De l'eau liquide, fluide incompressible, s'écoule en régime permanent indépendant du temps dans une canalisation.



L'eau qui traverse la section de surface S_1 parcourt la distance ℓ_1 pendant la durée Δt .

L'eau qui traverse la section de surface S_2 , pendant la même durée Δt , parcourt la distance ℓ_2 .

1. Comparer les débits volumiques aux deux extrémités du tube schématisées ci-dessus.

2. Exprimer la valeur v_2 de la vitesse en fonction de v_1 , S_1 et S_2 . La calculer.

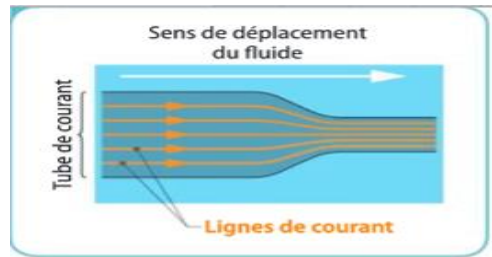
Utiliser le réflexe 2

Données

- Surfaces des sections : $S_1 = 30 \text{ cm}^2$; $S_2 = 10 \text{ cm}^2$.
- Valeur de la vitesse d'écoulement du fluide : $v_1 = 2,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3. a. La relation de Bernoulli

Lorsqu'un fluide s'écoule, la trajectoire d'une particule de fluide est appelée ligne de courant. L'ensemble des lignes de courant d'un fluide définit un tube de courant dans lequel le fluide s'écoule.

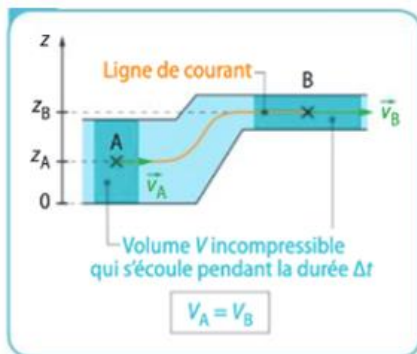


Soit un fluide incompressible qui s'écoule en régime permanent indépendant du temps. On suppose que les forces pressante $\vec{F}$ sont les seules forces non conservatives qui s'exercent sur un élément de ce fluide se déplaçant le long d'une ligne de courant d'une position A à une position B. On admet que le travail de ces forces est :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = P_A \times V_A - P_B \times V_B$$

P est la pression et V le volume d'un élément de ce fluide

La variation de l'énergie mécanique d'un élément de ce fluide de masse m s'écrit :



où P est la pression et V le volume d'un élément de fluide à la position considérée.

La variation de l'énergie mécanique de cet élément de fluide de masse m s'écrit :

$$\Delta \mathcal{E}_{m_{A \rightarrow B}} = \mathcal{E}_{m_B} - \mathcal{E}_{m_A} = W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$$

$$\text{d'où } \left(\frac{1}{2} m \times v_B^2 + m \times g \times z_B \right) - \left(\frac{1}{2} m \times v_A^2 + m \times g \times z_A \right) = P_A \times V_A - P_B \times V_B$$

$$\left(\frac{1}{2} m \times v_B^2 + m \times g \times z_B + P_B \times V_B \right) - \left(\frac{1}{2} m \times v_A^2 + m \times g \times z_A + P_A \times V_A \right) = 0$$

soit $\frac{1}{2} m \times v^2 + m \times g \times z + P \times V = \text{constante}$ le long d'une ligne de courant.

C'est la relation de Bernoulli. La constante est exprimée le plus souvent en énergie par unité de volume, ou densité d'énergie, ou pression, plus pratique à manipuler. En divisant l'égalité précédente par le volume V de l'élément de fluide considéré, on obtient :

ρ s'exprime en $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
 v en $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; z en m ;
 P en Pa.

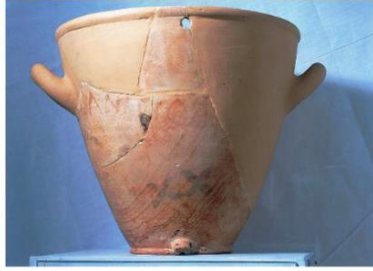
$$\frac{1}{2} \rho \times v^2 + \rho \times g \times z + P = \text{constante}$$

Dans la relation de Bernoulli, la quantité $\frac{1}{2} \rho \times v^2$ permet de tenir compte des corrections dynamiques à apporter à la loi fondamentale de la statique des fluides lorsque le fluide étudié n'est plus au repos.

La relation de Bernoulli relie en toute position du fluide appartenant à une même ligne de courant, la **pression P**, la **valeur v de la vitesse** et la **coordonnée verticale z de la position**.

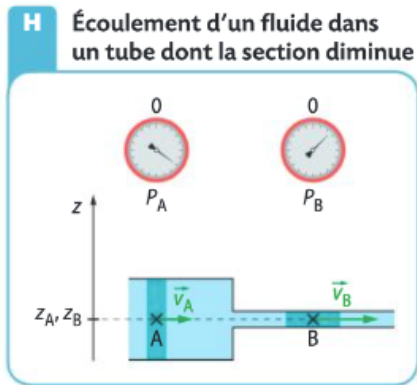
Exercice d'application

27 Une clepsydre est un récipient qu'on emplit d'eau et possédant un petit orifice à sa base. La différence d'altitude entre un point A à la surface de l'eau et l'orifice B de sortie est $z_A - z_B = H = 12 \text{ cm}$. La pression qui règne en ces deux points est égale à P_0 , la pression atmosphérique. La vitesse v_A de descente de la surface de l'eau dans la clepsydre est négligeable devant la vitesse v_B de l'eau à la sortie de l'orifice.



■ Par application de la relation de Bernoulli entre A et B, calculer la vitesse v_B de sortie de l'eau.

b. L'effet venturi



On peut appliquer la relation de Bernoulli à l'écoulement d'un fluide incompressible dans un tube dont la section se resserre ou s'évase. Dans le cas du schéma **H**, la section de surface S du tube diminue de A en B. Le débit volumique D_v étant conservé, la valeur de la vitesse augmente entre les positions A et B.

D'après la relation de Bernoulli :

$$\frac{1}{2} \rho \times v_A^2 + \rho \times g \times z_A + P_A = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + \rho \times g \times z_B + P_B$$

Or ici $z_A = z_B$, la relation devient donc : $\frac{1}{2} \rho \times v_A^2 + P_A = \frac{1}{2} \rho \times v_B^2 + P_B$.

Une valeur de vitesse plus grande en B qu'en A implique une pression plus petite en B qu'en A : c'est l'**effet Venturi** (schéma **H**).

Cet effet s'applique aussi aux écoulements de gaz à faible vitesse.

Exercice d'application

29 Un liquide incompressible et parfait de masse volumique $\rho = 850 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ s'écoule dans une canalisation horizontale, avec un débit $D_v = 1,5 \text{ L} \cdot \text{s}^{-1}$.

La section de la canalisation passe de $S_A = 12 \text{ cm}^2$ au point A à $S_B = 3,0 \text{ cm}^2$ au point B.

On note P_A et P_B les pressions et v_A et v_B les vitesses en ces deux points.

La pression en A vaut $P_A = 1,0 \times 10^5 \text{ Pa}$.

a. Calculer les vitesses v_A et v_B .

b. Par application de la relation de Bernoulli entre A et B, calculer la pression P_B .

c. Nommer l'effet mis en évidence.